capítulo 8

Comentários finais

8.1 Recapitulação dos resultados

Os seguintes problemas de controle para sistemas lineares discretos sujeitos a saltos markovianos foram abordados neste trabalho:

i) Controle ótimo linear-quadrático;
ii) Controle H_2;
iii) Controle H_∞;
iv) Controle misto H_2/H_∞.

Além disso, os seguintes tópicos também foram objeto de estudo:

v) Testes de detectabilidade e estabilizabilidade.
vi) Obtenção de soluções máximas para as equações algébricas de Riccati acopladas associadas aos problemas de controle ótimo linear-quadrático e controle H_2.
vii) Condições para a existência de soluções estabilizantes para as equações do ítem anterior.

A seguir se relacionam alguns pontos do trabalho merecedores de destaque.

No capítulo 2, foram propostos testes para se verificar a estabilizabilidade e detectabilidade de sistemas lineares discretos sujeitos a saltos markovianos. Os testes (veja a subseção 2.3.3 na página

13) se baseiam na solução de problemas convexos e se prestam adequadamente ao uso de métodos numéricos.

Nos capítulos 3, 4 e 5 se fez uso de equações algébricas de Riccati acopladas (EARA) para resolver os problemas de controle lá considerados. Para tratar do problema de controle ótimo linear-quadrático foi estudada a obtenção de soluções máximas para as EARA. Foram apresentados no capítulo 3 diversos resultados a esse respeito, especialmente os teoremas 3.5 (na página 29) e 3.6 (página 33). O primeiro desses resultados apresenta condições para a existência de soluções máximas, baseado em hipóteses menos restritivas que as encontradas até então na literatura. O segundo dos resultados mostra que o problema de obtenção de soluções máximas pode ser associado a um problema de otimização convexo sujeito a DML´s (desigualdades matriciais lineares), possibilitando a sua resolução por meios numéricos.

O capítulo 4 contém uma série de resultados apresentando condições para a existência de soluções estabilizantes para as EARA (na subseção 4.2.2, página 38) e um resultado relacionando solução máxima e solução estabilizante (lema 4.2 na página 36) das EARA, o qual é extremamente importante no sentido de complementar os resultados apresentados no capítulo 3. As condições da subseção 4.2.2, apesar de não se prestarem a testes computacionais, são importantes no sentido de que contribuem para o conhecimento do problema.

Ainda no capítulo 4, o problema de controle H_2 foi considerado. Mostrou-se que este problema, de certa forma equivalente ao problema de controle linear-quadrático, pode ser associado à obtenção da solução estabilizante para as EARA e também à resolução de um problema de programação convexa.

O capítulo 5 trata do problema de controle H_∞. Como se mostrou nesse capítulo, o ferramental desenvolvido nos dois capítulos anteriores, não era capaz de, sozinho, levar a resolução do problema de controle H_∞. Foi proposto nesse capítulo um algoritmo recursivo para a obtenção da solução das EARA associadas ao problema H_∞ a partir de uma condição inicial adequada, que pode ser obtida utilizando-se os métodos dos capítulos 3 e 4 (veja em particular o teorema 5.6 na página 57). Note porém que este método resolve o chamado problema de controle H_∞ sub-ótimo (isto é, dado um valor fixo ν, obtém-se um controlador tal que a norma H_∞ do sistema em malha fechada seja menor que ν, em oposição ao chamado problema de controle H_∞ ótimo em que se deseja obter o menor valor possível para ν).

O problema de controle misto H_2/H_∞ é considerado no capítulo 6. Diferente dos problemas anteriores, ele é tratado em termos de uma equação tipo Lyapunov (veja o teorema 6.2 na página 66). O problema é tratado mediante uma abordagem convexa, que pode eventualmente levar a soluções

conservadoras, conforme o teorema 6.5 da página 70. Apesar desta desvantagem, esta metodologia tem diversos pontos a seu favor. Ela é baseada totalmente na resolução de um problema de programação convexa, e também possibilita que a matriz de probabilidades de transição não seja necessariamente assumida como sendo conhecida. Além disso o problema de controle H_∞ ótimo pode ser tratado sobre a mesma abordagem (veja a subseção 6.3.2 na página 72).

A título de ilustração, exemplos de projeto utilizando as técnicas descritas acima são apresentados no capítulo 7, com comentários sobre sua aplicação.

8.2 Últimas palavras

De maneira geral, o tratamento dos problemas abordados aqui se deu em dois níveis. O primeiro, e mais básico, trata da obtenção de resultados teóricos consistentes que levem à caracterização das soluções dos tais problemas. O segundo, de caráter mais complementar, se refere à obtenção de algoritmos numéricos para, de maneira eficaz, calcular essas soluções. Em todos os momentos, este trabalho foi escrito tendo em vista esses dois níveis, e a preocupação com a aplicabilidade dos resultados é manifesta ao longo de todo o texto.

Com relação à sua importância, este trabalho se insere no estado da arte do estudo de sistemas markovianos, incorporando as técnicas e tendências mais modernas encontradas na área hoje para a obtenção de novos resultados. Com relação às perspectivas futuras, por ser uma área relativamente nova, acreditamos que ainda haja um imenso número de problemas por resolver.

São Paulo, março de 1997.

Referências Bibliográficas

[1] ABOU-KANDIL, H.; FREILING, G.; JANK, G. On the solution of discrete-time Markovian jump linear quadratic control problems, *Automatica*, 31, p.765-8, 1995.

[2] APKARIAN, P.; BECKER, G.; GAHINET, P.; KAJIWARA, H. *LMI techniques in control engineering: from theory to practice*. Workshop notes for the 35th CDC, 1996.

[3] BITTANTI, S.; LAUB, A. J.; WILLEMS, J. C. *The Riccati equation*, Springer-Verlag, 1991.

[4] BITTANTI, S. History and prehistory of the Riccati equation, *In: IEEE CONTROL AND DECISISON CONFERENCE, 35th*, Proceedings, p.1599-1604, Kobe, 1996.

[5] BLAIR, W. P.; SWORDER, D. D. Feedback control of a class of linear discrete systems with jump parameters and quadratic cost criteria, *International Journal of Control*, 21 p.833-44, 1975.

[6] BLOM, H. A. P.; BAR-SHALOM, Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, p.780-3, 1988.

[7] BOUKAS, E. K.; YANG H. Stability of discrete-time linear systems with Markovian jumping parameters, *Mathematics of Control, Signal and Systems*, 8, p.390-402, 1995.

[8] BOYD, S.; EL GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. SIAM, 1994.

[9] CHAN, S. W.; GOODWIN, G. C.; SIN, K. Convergence properties of the Riccati difference equation in the optimal filtering of nonstabilizable systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29, p.110-8, 1984.

[10] CHEN, B. M.; SABERI, A.; SHAMASH, Y. A non-recursive method for solving the general discrete-time Riccati equations related to the H_∞-control problem. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 4, p.503-19, 1994.

[11] CHIZECK, H. J.; WILLSKY, A. S.; CASTANO, D. Discrete-time Markovian jump linear quadratic optimal control. *International Journal of Control*, 43, p.213-31, 1986.

[12] COSTA, O. L. V. Discrete-time coupled Riccati equations for systems with Markov switching parameters. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 194, p.197-216, 1995.

[13] COSTA, O. L. V. Mean square stabilizing solutions for discrete-time coupled algebraic Riccati equations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, p.593-98, 1996.

[14] COSTA, O. L. V.; FRAGOSO, M. D. Stability results for discrete-time linear systems with Markovian jumping parameters. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 179, p.154-178, 1993.

[15] COSTA, O. L. V.; FRAGOSO, M. D. Discrete-time LQ-optimal control problems for infinite Markov jump parameter systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40, p.2076-88, 1995.

[16] COSTA, O. L. V.; MARQUES, R. P. Mixed H_2/H_∞-control of discrete-time Markovian jump linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, (a ser publicado).

[17] COSTA, O. L. V.; do VAL, J. B. R. Full information H_∞-control for discrete-time infinite Markov jump parameter systems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 202, p.578-603, 1996.

[18] COSTA, O. L. V.; do VAL, J. B. R. Jump LQ-optimal control for discrete-time Markovian systems with l_2-stochastic inputs, *Sthocastic Analysis and Applications* (a ser publicado).

[19] COSTA, O. L. V.; do VAL, J. B. R.; GEROMEL, J. C. A convex programming approach to H_2-control of discrete-time Markovian jump linear systems. *International Journal of Control* (a ser publicado).

[20] de SOUZA, C. E.; GEVERS, M. R.; GOODWIN, G. C. Riccati equations in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular state transition matrices, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31, p.831-838, 1986.

[21] de SOUZA, C. E.; FRAGOSO, M. D. On the existence of a maximal solution for generalized algebraic Riccati equation arising in the sthocastic control. *Systems and Control Letters*, 14, p.233-39, 1990.

[22] de SOUZA, C. E.; FRAGOSO, M. D. H_∞-control for linear systems with Markovian jumping parameters. *Control Theory and Advanced Technology*, 9, p.457-66, 1993.

[23] DORATO, P. Theoretical developments in discrete-time control. *Automatica*, 19, 395-400, 1993.

[24] FENG, X.; LOPARO, K. A.; JI, Y.; CHIZECK, H. J. Sthocastic stability properties of jump linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37, 38-53, 1992.

[25] FRAGOSO, M. D.; do VAL, J. B. R.; PINTO Jr., D. L. Jump linear H_∞-control: the discrete-time case. *Control Theory and Advanced Technology*, 10, p.1459-74, 1995.

[26] FRAGOSO, M. D.; COSTA, O. L. V.; de SOUZA, C. E. A new approach to linearly perturbed Riccati equations arising in sthocastic control. *Journal of Applied Mathematics and Optimization* (a ser publicado).

[27] GAHINET, P.; NEMIROVSKI, A.; LAUB, A.; CHILALI, M. *LMI control toolbox user´s guide*, The Mathworks, Inc., 1995.

[28] GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; SOUZA, S. R. A convex approach to the mixed H_2/H_∞-control problem for discrete-time uncertain systems, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 33, p.1816-33, 1995.

[29] GRIFFITHS, B. E.; LOPARO, K. A. Optimal control of jump linear quadratic gaussian systems. *International Journal of Control*, 42, p.791-819, 1985.

[30] IONESCU, V.; WEISS, M. On computing the stabilizing solution of the discrete-time Riccati equation. *Linear Algebra and its Applications*, 174, p.229-38, 1992.

[31] JI, Y.; CHIZECK, H. J. Controllability, observability and discrete-time Markovian jump linear quadratic control. *International Journal of Control*, 48, p.481-98, 1988.

[32] JI, Y.; CHIZECK, H. J. Controllability, stabilizability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, p.777-88, 1990.

[33] JI, Y.; CHIZECK, H. J. Optimal quadratic control of jump linear systems with separately controlled transition probabilities. *International Journal of Control*, 49 p.481-91, 1989.

[34] JI, Y.; CHIZECK, H. J. Jump linear quadratic gaussian control: steady state solution and testable conditions. *Control Theory and Advanced Technology*, 6, p.289-319, 1990.

[35] JI, Y.; CHIZECK, H. J.; FENG, X.; LOPARO, K. A. Stability and control of discrete-time jump linear systems. *Control Theory and Advanced Technology*, 7, 247-70, 1991.

[36] KAMINER, I.; KHARGONEKAR, P.P.; ROTEA, M. A. Mixed H_2/H_∞-control for discrete-time systems via convex optimization. *In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE*, Proceedings, p.392-396, Chicago, 1992.

[37] KHARGONEKAR, P. P.; ROTEA, M. A. Mixed H_2/H_∞-control: a convex optimization approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36, p.824-37, 1991.

[38] KUBRUSLY, C. S. Mean square stability for discrete bounded linear systems in Hilbert space, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 23, p.19-29, 1985.

[39] LANCASTER, P.; RAN, A. C. M.; RODMAN, L. Hermitian solutions of the discrete algebraic Riccati equation. *International Journal of Control*, 44, p.777-802, 1986.

[40] LOPARO, K. A.; BUCHNER, M. R.; VASUDEVA, K. Leak detection in an experimental heat exchanger process: a multiple model approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36, p.167-77, 1991.

[41] MARITON, M. *Jump linear systems in automatic control*, Marcel Dekker, 1990.

[42] MOROZAN, T. Stabilization of some stochastic discrete-time control systems. *Stochastic Analysis and Applications*, 1, p.89-116, 1983.

[43] NAYLOR, A. W.; SELL, G. R. *Linear operator theory in engineering and science*, 2nd. ed., Springer-Verlag, 1982.

[44] OOSTVEEN, J.; ZWART, H. *Solving the infinite-dimensional discrete-time algebraic Riccati equation using the extended symplectic pencil*, Universidade de Groningen, Departamento de Matemática, Relatório Interno W-9511.

[45] PAN, Z.; BASAR, T. Zero-sum differential games with random structures and applications in H_∞-control of jump linear systems. *In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC GAMES AND APPLICATIONS, 6th*. Quebec, 1994.

[46] POUBELLE, M. A.; PETERSEN, I. R.; GEVERS, M. R.; BITMEAD, R. R. A miscellany of results on an equation of Count J. F. Riccati, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31, p.651-4, 1986.

[47] RAMI, M. A.; EL GHAOUI, L. Robust stabilization of jump linear systems using linear matrix inequalities. *In: IFAC SYMPOSIUM ON ROBUST CONTROL DESIGN*, Proceedings, p.148-51, Rio de Janeiro, 1994.

[48] RAMI, M. A.; EL GHAOUI, L. LMI optimization for nonstandard Riccati equations arising in stochastic control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, p.1666-71, 1996.

[49] RAN, A. C. M.; VREUGDENHIL, R. Existence and comparison theorems for the algebraic Riccati equations for continuous and discrete-time systems. *Linear Algebra and its Applications*, 99, p.63-83, 1988.

[50] SABERI, A.; SANNUTI, P.; CHEN, B. M. *H_2-optimal control*, Prentice-Hall, 1995.

[51] SÓBOL, I. M. *Método de Montecarlo*, 2a. ed. Editorial Mir, 1983.

[52] SONTAG, E. D.; *Mathematical control theory*, Springer-Verlag, 1990.

[53] STOORVOGEL, A. A.; WEEREN, A. J. T. M. The discrete-time Riccati equation related to the H_∞-control problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, p.686-91, 1994.

[54] SWORDER, D. D.; ROGERS, R. O. An LQG solution to a control problem with solar thermal receiver, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 28, p.971-8, 1983.

[55] van DOREN, P.; A generalized eigenvalue approach for solving Riccati equations. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computation*, 2, p.121-35, 1981.

[56] WEIDMANN, J. *Linear operators in Hilbert spaces*, Springer-Verlag, 1980.

[57] WIMMER, H. K. Geometry of the discrete-time algebraic Riccati equation. Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control, 2, p.123-32, 1992.

[58] WIMMER, H. K. On the existence of a least and negative-semidefinite solution of the discrete-time algebraic Riccati equation. Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control, 5, p.445-57, 1995.

[59] WONHAM, W. M. On a matrix Riccati equation of stochastic control. SIAM Journal of Control, 6, p.681-97, 1968.