1ª Lista de Exercícios (Algebra Linear)
Controle Multivariável – PEE 513 – Prof. Paulo Sérgio

Observação importante : Contas difíceis devem ser feitas no Matlab®

1ª Questão :
Determine uma base das Imagens e dos Núcleos das seguintes matrizes

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 9 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para cada transformação linear $A : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$, verificar a igualdade $d(\mathcal{X}) = d(ImA) + d(KerA)$.

2ª Questão :

Dadas bases $\{v_1, \ldots, v_k\}$ de um subespaço $\mathcal{V}$ e $\{r_1, \ldots, r_p\}$ de um subespaço $\mathcal{R}$, pede-se:
(a) Descrever um método de obtenção da base de $\mathcal{V} + \mathcal{R}$, justificando.
(b) Idem para $\mathcal{V} \cap \mathcal{R}$ (**difícil**).
(c) Calcular (a) e (b) para :

$$\mathcal{V} = Im \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathcal{R} = Im \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

3ª Questão :
Seja a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Encontre a nova expressão de A quando utilizamos as bases

$$\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \text{do } \mathbb{R}^3 \text{ e } \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \text{do } \mathbb{R}^4.$$

$4^{\underline{a}}$ Questão :

Seja

$$A = \begin{pmatrix} -16 & 4 & 22 & 28 \\ -1 & -5 & 39 & 56 \\ -35 & -7 & 63 & 28 \\ 12 & 32 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

e seja

$$\mathcal{V} = Im \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pede-se :

(a) Mostrar que $A\mathcal{V} \subset \mathcal{V}$.

(b) Mostrar que :

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

é uma base de $\mathcal{X}$ tal que os primeiros dois vetores formam uma base de $\mathcal{V}$. Determinar a expressão de A nesta nova base. Justificar a forma peculiar da nova matriz de A. Construir uma outra base de $\mathbb{R}^4$ com a mesma propriedade e recalcular a matriz de A nesta base (faça as contas no MATLAB®).