

Modelos de rastreamento em carteiras de investimento

Hugo G.V. de Assunção
Oswaldo L.V. Costa

Neste artigo, discorre-se sobre algoritmos de otimização na administração de carteiras de investimento. O objetivo é, dado um conjunto de ativos financeiros, o de compor carteiras que rastreiem determinados benchmarks. Para isso, foram considerados três métodos de otimização, apresentados recentemente na literatura internacional e baseados em modelos de mínimos quadrados, CAPM e Markowitz. Demonstram-se, ainda, os resultados obtidos com esses três modelos, quando aplicados à Bolsa de Valores de São Paulo nos anos de 1998 e 1999, tendo o Ibovespa como benchmark.

1. Introdução

Algoritmos de otimização em administração de carteiras de investimento estão cada vez mais em evidência, devido à crescente preocupação com o desempenho de fundos de ativos financeiros de risco em um mercado integrado e altamente competitivo, sob grande influência de fatores externos e de difícil controle. Além disso, a globalização e o desenvolvimento tecnológico proporcionam enorme fluxo diário de informações, que devem ser rapidamente processadas para auxiliar os gestores de fundos financeiros nas tomadas de decisão. Isso torna relevante o uso de ferramentas estatísticas e de otimização no planejamento e na gestão de carteiras de investimento.

O objetivo deste trabalho é o estudo de algoritmos de otimização para um caso particular na gestão de carteiras de investimento, que é o problema de rastreamento de *benchmark*, também conhecido como estratégia passiva de investimento. Nesse contexto, existe a Teoria Moderna de Investimento, introduzida por Harry Markowitz em 1952, a qual mostra que um investidor pode aumentar o desempenho de seu investimento otimizando relações de risco e retorno dos ativos. Até então, não havia um embasamento teórico matemático para um conceito já empiricamente aceito de que a diversificação dos ativos diminui o risco do investimento. Esses princípios foram

encontrar aplicações práticas em instituições financeiras gestoras de recursos apenas no começo dos anos de 1970. Os gestores de fundos da época, influenciados pelo desenvolvimento de novas teorias como o CAPM (Capital Asset Pricing Model), perceberam que diversificar os investimentos, com o intuito de acompanhar o mercado, é mais lucrativo a longo prazo do que investir apenas em alguns ativos para tentar ganhar do mercado. Essa filosofia de investimento deu origem aos primeiros fundos com gestões passivas.

Aqui, utilizam-se conceitos que envolvem as análises de Markowitz e a construção da fronteira eficiente de um conjunto de ativos. Além disso, empregam-se resultados decorrentes do CAPM, como a relação existente entre o retorno de um ativo e o comportamento de uma carteira de mercado, bem como a decomposição do risco em uma parte decorrente dessa carteira e outra inerente ao próprio ativo.

2. Modelos de rastreamento

Existem dois tipos de estratégia de escolha de ativos para a composição de uma carteira de investimento: passiva e ativa. A estratégia passiva visa obter retornos os mais próximos possíveis dos de dado *benchmark*. O administrador será avaliado quanto a sua capacidade de montar uma carteira que siga fielmente o comportamento de um índice

predefinido, ou seja, os riscos envolvidos nesse tipo de estratégia são apenas sistêmicos e inerentes ao índice de referência. Já a estratégia ativa tem por finalidade ganhar, em termos de rentabilidade, de um *benchmark* específico. Nesse caso, o administrador aceita correr, também, algum risco não-sistêmico para, por meio de uma escolha acertada de ativos, obter retornos superiores aos do *benchmark*.

2.1. Motivação

Uma solução simples para se adotar uma estratégia passiva de investimento seria verificar como é composto o índice que serve de *benchmark* e montar uma carteira com as mesmas proporções dos ativos. Entretanto, na prática, esses índices são compostos de um número muito grande de ativos, dos quais muitos não possuem a liquidez desejada, sendo de difícil negociação. Torna-se inviável para o administrador ter de comprar e vender esses ativos toda vez que haja novas captações ou saques no fundo. Faz-se, portanto, necessário um estudo para decidir, dentre os ativos com liquidez aceitável, quais e em que proporções devem ser escolhidos.

2.2. Modelos de otimização

O primeiro passo na administração de fundos que se propõem a rastrear um índice de referência é a escolha do mesmo. Deve-se levar em consideração sua composição e, principalmente, a aceitação do mesmo como um número que, de fato, meça o comportamento do mercado como um todo. Um índice pode ser composto por muitos ativos, mas se as pessoas que operam naquele mercado não acreditarem no indicador, ele será apenas uma média dos movimentos dos ativos, e nada mais. Porém, se ele for observado e acompanhado, irá realmente traduzir o "humor" daquele mercado. Exemplo disso é o índice Dow Jones da bolsa de Nova Iorque, que, apesar de ser composto por apenas 30 ações, é capaz de influenciar o movimento de ativos isolados no mundo inteiro.

Uma vez determinado o índice que servirá de *benchmark* para o fundo de investimento, a próxima etapa é a de decidir a composição da carteira do fundo. Como mencionado anteriormente, uma solução simples seria compor a carteira nas mesmas proporções do *benchmark*. Mas, como isso não é viável, na maioria das vezes, faz-se necessária a adoção de modelos de otimização.

Cabe aqui destacar a sugestão encontrada em Securato (1996) sobre estratégias alternativas, como a utilização de montagens de cenários econômicos futuros atribuídos de probabilidades. O argumento, visto também em Dembo (1991 e 1999), para a adoção destas e de outras estratégias com teor fundamentalista, é o de que nem sempre é possível considerar o futuro como continuação do passado. No entanto, dados os objetivos deste estudo e das dificuldades de se simularem tendências passadas, atenta-se a modelos baseados apenas nos preços dos ativos.

Apresenta-se, a seguir, a descrição de alguns modelos que, de acordo com suas características, geram como solução uma composição de carteira que minimiza as diferenças entre os retornos da carteira e os do índice de referência adotado como *benchmark*.

Modelo 1: Mínimo erro quadrático

O método consiste em se encontrar a composição da carteira que minimize a diferença ao quadrado entre seus retornos e os retornos do *benchmark*. Dado que o Ibovespa é composto por N ativos, inicialmente define-se um universo de n ativos, onde $n \leq N$, o qual será considerado na otimização. O critério utilizado na seleção desses ativos será o percentual de participação na composição do índice, o qual será detalhado adiante.

O problema, como enunciado em Rudolf (1999), consiste em se minimizar o seguinte erro:

$$e = B - A \times q$$

O vetor q , que dá a composição da carteira, é escolhido de acordo com a seguinte minimização, onde 0 corresponde ao vetor n -dimensional de zeros:

$$\min_q e' \times e = \min_q (B - A \times q)' \times (B - A \times q) \quad (2.1)$$

para: $A_{(T \times n)}$, $B_{(T \times 1)}$ e $q_{(n \times 1)}$

sujeito a: $q \geq 0$
 $q'1 = 1$

onde:

A = matriz dos retornos dos ativos;
 B = matriz dos retornos do *benchmark*;
 q = vetor de pesos dos ativos.

Quanto às restrições para a equação 2.1, significa dizer que se trabalha apenas com posições compradas e com o somatório de todos os pesos dos ativos sendo igual a 1.

Modelo 2: Mínimo risco não-sistêmico

Como sugerido em Haugen (1993), pode-se obter fundos que acompanham certo *benchmark* por intermédio de carteiras de mínima variância do modelo de Markowitz, com algumas restrições adicionais. Para o beta da carteira em relação ao Ibovespa (β_C) fixo e para a variância do índice (S_M^2) também fixa, é necessário minimizar a variância da carteira S_C^2 , que é o mesmo que minimizar a variância do resíduo, ou o risco não-sistêmico. Isso pode ser observado a partir da seguinte equação:

$$S_C^2 = \beta_C^2 \times S_M^2 + \sum_{i=1}^n q_i^2 \times S_{ei}^2$$

O universo de ativos considerado na otimização é dado por n e definido por critérios de participação no Ibovespa, como feito no Modelo 1. O valor de β_C é obtido a partir do somatório dos β_i s dos ativos, ponderada pelos respectivos q_i . O valor do β_i de cada um dos n ativos é estimado sobre uma janela de T dias.

Para o caso de interesse, considera-se o valor fixo de β_C igual a 1. Logo, pode-se enunciar o modelo proposto da seguinte maneira, em que a matriz de covariância Ω é estimada para uma janela de T dias:

$$\min_q S_C^2 = \min_q q' \times \Omega \times q \quad (2.2)$$

para: $q_{(n \times 1)}$ e $\Omega_{(n \times n)}$

sujeito a: $q \geq 0$

$$q'1 = 1$$

$$\beta_C = \sum_{i=1}^n q_i \times \beta_i = 1$$

onde:

S_C^2 = variância da carteira;

Ω = matriz de covariância dos ativos;

q = vetor de pesos dos ativos;

β_C = beta da carteira.

Enquanto as estratégias adotadas anteriormente se propõem a ser soluções ótimas sobre dados no passado, a abordagem acima, por minimizar a volatilidade do risco não-sistêmico, objetiva fornecer

carteiras mais robustas para dados futuros. Cabe salientar que não há nenhuma restrição direta à rentabilidade da carteira a ser otimizada.

Modelo 3: Mínima variância do erro

Esse modelo, visto em Roll (1992), visa minimizar a variância do erro de rastreamento condicionado a um ganho de desempenho da carteira diante do *benchmark* considerado. O ganho de rentabilidade G corresponde à diferença entre os valores esperados dos retornos da carteira, dada por q , e do *benchmark*, dado por q_B .

Diferentemente dos modelos 1 e 2, o vetor q tem dimensão N , ou seja, o número total de ativos que compõem o Ibovespa. No entanto, q possui valores não-nulos apenas para as ações pertencentes ao universo de n ativos considerado na otimização, o qual é definido segundo os critérios mencionados anteriormente. Ou seja, q_i assume valores não nulos para $1 \leq i \leq n$ e q_i vale zero para $N - n < i \leq N$.

Seja R o vetor dos retornos esperados dos ativos estimados para uma janela de T dias; G é dado pela seguinte relação:

$$G = (q - q_B)' \times R$$

Para o caso de interesse, G deve ser imposto como sendo zero. Portanto, o problema acima é formulado pela seguinte minimização:

$$\min_q (q - q_B)' \times \Omega \times (q - q_B) \quad (2.3)$$

para: $q_{(N \times 1)}$, $q_{B(N \times 1)}$ e $\Omega_{(N \times N)}$

sujeito a: $q \geq 0$

$$(q - q_B)' \times 1 = 0$$

$$G = (q - q_B)' \times R = 0$$

onde:

R = vetor dos retornos esperados dos ativos;

Ω = matriz de covariância dos ativos;

q = vetor de pesos dos ativos da carteira;

q_B = vetor de pesos dos ativos do *benchmark*.

Esse modelo visa minimizar a volatilidade existente entre o retorno da carteira e o do *benchmark*. O intuito é o de evitar carteiras que possuam baixo erro de rastreamento a médio e longo prazos, mas que são pouco estáveis em determinados períodos de tempo.

3. Simulações práticas

Nesta seção, apresentam-se simulações práticas desses modelos a partir de dados reais do mercado acionário da Bolsa de Valores de São Paulo, tendo o Ibovespa como *benchmark*.

3.1. Estudo preliminar dos ativos

O Ibovespa é um indicador que mede a lucratividade de uma carteira teórica de ações, composta, proporcionalmente, pelas ações da Bolsa de Valores de São Paulo que possuem maior liquidez, ou seja, pelas ações que são mais negociadas. A realocação da carteira é feita trimestralmente, seguindo metodologia interna da Bolsa.

Devido ao fato de a composição do Ibovespa concentrar-se em alguns poucos ativos, verifica-se que nem sempre é possível encontrar a liquidez desejada para a negociação de compra e venda em todos os ativos.

Para selecionar os ativos passíveis de negociação, deve-se associá-los a um custo de liquidez. Entende-se por custo de liquidez o diferencial percentual entre o preço do ativo utilizado nas simulações e o preço pelo qual efetivamente se fechará o negócio em eventual compra ou venda do ativo. Isso acontece devido ao *spread* (diferença) entre os preços de compra e de venda. Quanto menor a liquidez, maior o *spread*, conseqüentemente, maior o custo de liquidez.

No período considerado para as simulações (1998 e 1999), o número de ativos que compuseram o Ibovespa variou em torno de 50, dependendo do trimestre. Percebe-se que, aceitando-se trabalhar com um custo de liquidez de até 0,5%, o universo de ativos a ser considerado para as simulações não deve exceder, quando muito, 20 dos ativos mais líquidos do índice. Todavia, utilizar números absolutos como critério limitador da escolha de ativos é inapropriado, uma vez que eles podem possuir representatividades, em termos de percentual de participação do índice, bem diferentes dependendo da época.

Outro ponto importante são os custos operacionais, dos quais o mais relevante é a corretagem. A cada negociação de compra ou venda de ações, um percentual do volume financeiro transacionado é pago na forma de corretagem. Essa taxa varia dependendo da corretora, do cliente e do volume negociado. Para efeito de cálculo, assume-se custo operacional de 0,2%, que equivale à média das taxas cobradas no mercado.

3.2. Detalhamento das simulações

As simulações práticas dos modelos de otimização descritos foram feitas sobre uma massa de dados que compreende os fechamentos diários dos ativos que compuseram o Ibovespa, em seus respectivos quadrimestres, compreendendo os anos de 1998 e 1999. A janela de otimização utilizada foi de 180 dias para todas as simulações.

As minimizações foram feitas adotando-se uma ponderação exponencial, com fator de decaimento de 0,94 sobre as funções-objetivos dos modelos. No caso do Modelo 1, a equação 2.1 foi considerada com a incidência da ponderação sobre o termo $(B - A \times q)$. Já no Modelo 2 e no 3, as equações 2.2 e 2.3 foram tomadas com a ponderação na matriz de covariância Ω .

Foram utilizados, ainda, diferentes períodos de reotimização, sendo aplicado um custo de liquidez de 0,2%, mais um custo operacional de 0,5%, sobre o volume financeiro transacionado a cada realocação da carteira. Cabe salientar que esses percentuais incidem, penalizando o retorno da carteira, apenas nos dias de reotimização, sendo desconsiderados no restante do período.

Como critério limitador de escolha dos ativos, foram considerados os percentuais de participação no Ibovespa. A cada dia de reotimização da carteira, define-se novo universo de ativos, o qual será fixo para o próximo período. Esses ativos são escolhidos por ordem decrescente de participação, até satisfazerem ao percentual limitador considerado.

Outra análise realizada foi o estudo da relevância de se utilizar uma restrição extra de o beta da carteira em relação ao *benchmark* valer 1. Essa verificação cabe apenas para os modelos 1 e 3, uma vez que o Modelo 2 já possui essa restrição.

Como ferramenta de *software* para as simulações práticas, utilizou-se o *MATLAB*. As otimizações propriamente ditas foram feitas por meio da rotina *constr.m*. Esta encontra o mínimo de uma função de diversas variáveis sujeito a uma matriz de restrições, o que atendeu perfeitamente aos propósitos deste artigo.

As simulações foram montadas da seguinte maneira: a cada período de realocação, otimiza-se a carteira considerando-se a janela descrita e assume-se como sendo esta a composição até o próximo período de realocação, quando o processo se repete.

Por exemplo, toma-se uma simulação com período de reotimização de 20 dias e representatividade do Ibovespa de 70%.

Supõe-se que 5/10/1999 seja um dia de reotimização. Nesse dia, o ativo Tele RCTB RPN é o mais líquido, com participação de 37,11%. O segundo mais líquido é Petrobrás PN, com 10,39%.

Caso fossem considerados apenas esses dois ativos, ter-se-ia 47,50% do Ibovespa. Como o critério para a definição do universo de ativos é uma representatividade de 70%, há de se considerarem mais ativos, os quais, em ordem decrescente de liquidez, são: Tele RCTB RON, EletrobrásPNB, Telesp PN, Eletrobrás ON e Bradesco PN. Portanto, a otimização é feita sobre o universo de ativos definido por essas sete ações, considerando-se uma janela de dados históricos de retornos de 180 dias, ou seja, desde o dia 14/1/1999. No dia da otimização, a rentabilidade da carteira sofre a incidência de 0,7% sobre o volume financeiro transacionado na realocação. Supõe-se que 40% da carteira tenha sido realocada; então, sua rentabilidade é penalizada em 0,28%. Uma vez encontrada a composição ótima, ela é utilizada durante os próximos 20 dias, ou seja até 4/11/1999, que seria o dia da próxima reotimização.

3.3. Resultados

Os resultados práticos foram obtidos para diferentes pontos de vista. Primeiro, uma comparação entre os modelos considerando-se diferentes períodos de reotimização. Depois, as implicações de se utilizarem diferentes representatividades do Ibovespa para compor o universo de ativos. Por fim, a relevância de se restringir o valor do beta da carteira a 1 durante as otimizações para o Modelo 3.

Como critério de desempenho das simulações e de comparação entre os modelos, foram utilizados: os comparativos de rentabilidade em períodos fechados; o EQM (Erro Quadrático Médio), que é a média das diferenças entre as rentabilidades obtidas nas simulações e as do Ibovespa, dia a dia no período considerado, ao quadrado; e o beta das rentabilidades obtidas nas simulações em relação às do índice.

Comparação entre os modelos

Os resultados foram obtidos para um universo de ativos que possuem representatividade de 80% do Ibovespa e que seguem os demais parâmetros especificados. Para o período de reotimização de cinco dias, obtiveram-se os resultados para os modelos 1, 2 e 3, demonstrados nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, e na Tabela 1.

Figura 3.1 – Rentabilidade mensal para o período de reotimização de 5 dias

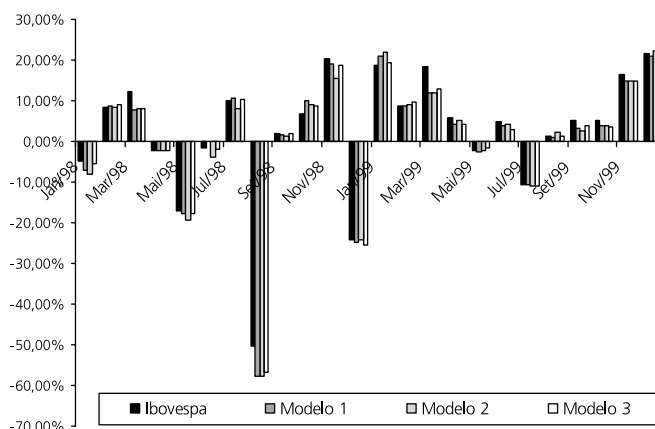


Figura 3.2 – Rentabilidade anual para o período de reotimização de 5 dias

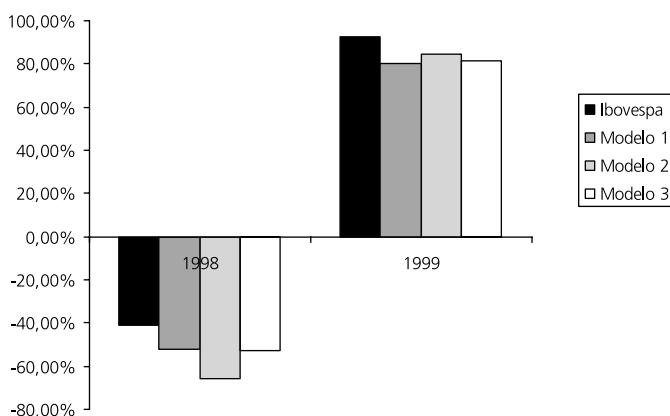


Figura 3.3 – Rentabilidade acumulada para o período de reotimização de 5 dias

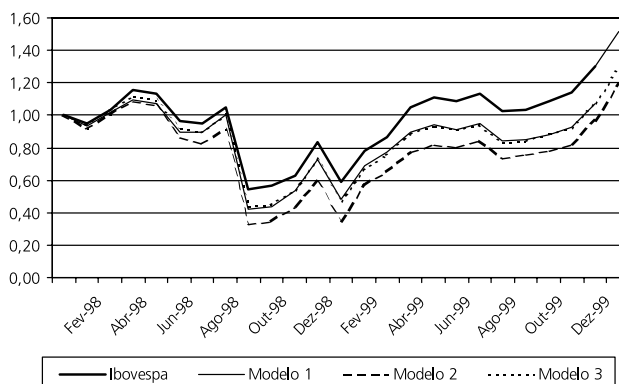


Tabela 3.1 – EQM e beta para o período de reotimização de 5 dias

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
EQM diário	0,001454%	0,003572%	0,001632%
Beta	1,0267	0,9909	1,0401

Percebe-se que, apesar de o Modelo 1 possuir um EQM diário menor, o Modelo 3 acompanhou melhor o Ibovespa em um número maior de meses. Isso era de se esperar pela própria idéia do modelo, que visa minimizar a volatilidade do erro de rastreamento. Em outras palavras, o Modelo 3 mostrou-se mais regular que os demais.

Outro ponto importante foi quanto aos bons resultados obtidos pelo Modelo 2, que, mesmo não possuindo nenhuma restrição direta à rentabilidade, acompanhou o Ibovespa relativamente bem, inclusive sendo o melhor modelo para a rentabilidade fechada do ano de 1999. Isso demonstra que, apesar das imperfeições e de ser extremamente concentrado, o índice representa uma carteira de mercado, no sentido do CAPM, à medida que exerce grande influência sobre o risco sistêmico dos ativos em questão.

Tomando-se as mesmas condições das simulações do caso anterior, só que agora utilizando-se um período de reotimização de 20 dias, chega-se aos resultados demonstrados nas Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, e na Tabela 3.2.

Figura 3.4 – Rentabilidade mensal para o período de reotimização de 20 dias

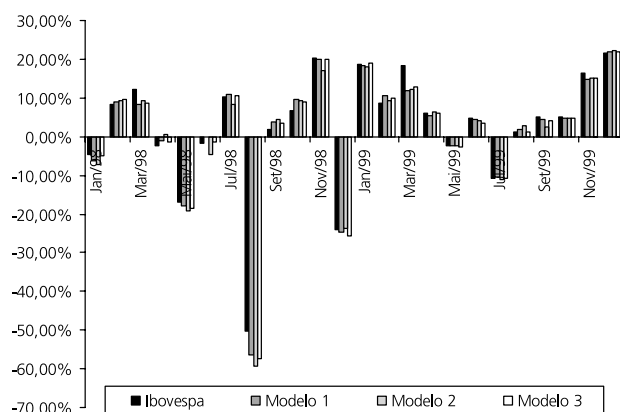


Figura 3.5 – Rentabilidade anual para o período de reotimização de 20 dias

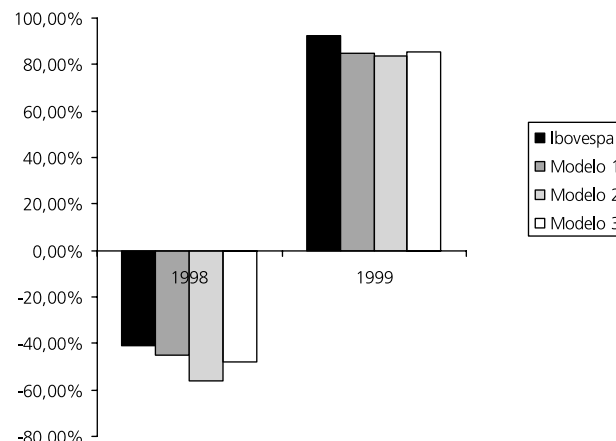


Figura 3.6 – Rentabilidade acumulada para o período de reotimização de 20 dias

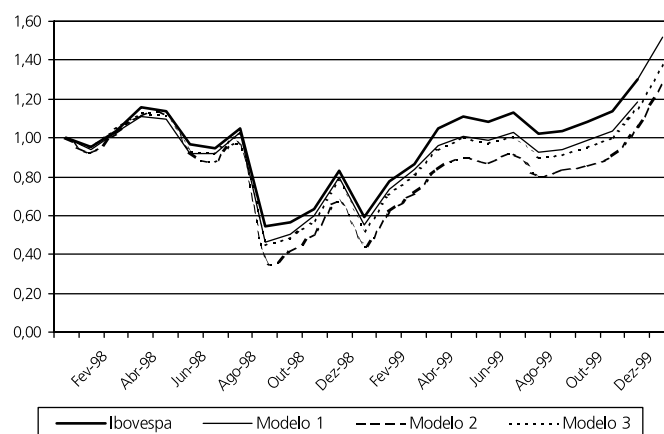


Tabela 3.2 – EQM e beta para o período de reotimização de 20 dias

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
EQM diário	0,001704%	0,003910%	0,001706%
Beta	1,0349	0,9840	1,0436

Pode-se notar que reotimizações em um período de 20 dias possuem um EQM diário maior que as simulações com reotimizações de cinco dias.

Por outro lado, a rentabilidade acumulada está mais próxima do *benchmark*, devido ao menor impacto dos custos assumidos, uma vez que estes

incidem apenas nos dias de realocação da carteira e, portanto, menos volume financeiro é transacionado no final.

Variação da representatividade

Uma vez feitas as simulações para se obterem resultados comparativos entre os modelos para o mesmo nível de representatividade do Ibovespa, consideram-se agora simulações para diferentes percentuais de participação. Toma-se para a análise o Modelo 1, pois o Modelo 2 não obteve solução para representatividade 70% e o Modelo 3 apresentou resultados semelhantes ao do 1. Os resultados a seguir foram obtidos para diferentes universos de ativos com representatividade de 70, 80 e 90% do Ibovespa e com período de reotimização de 20 dias (Figuras 3.7, 3.8 e 3.9, e Tabela 3.3).

Figura 3.7 – Rentabilidade mensal para diferentes representatividades

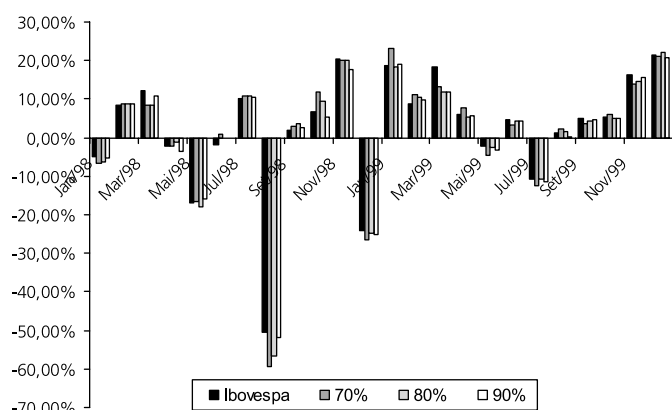


Figura 3.8 – Rentabilidade anual para diferentes representatividades

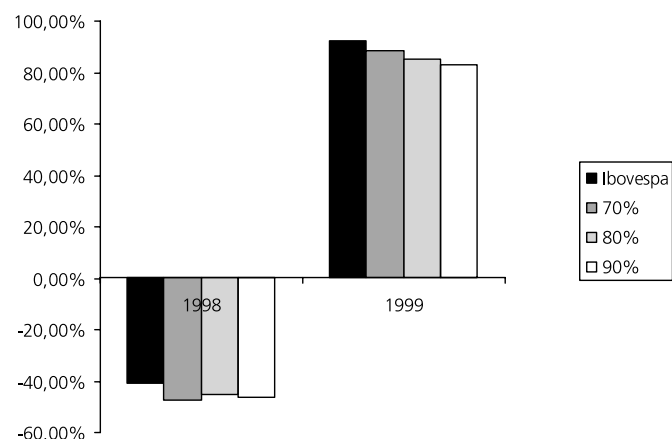


Figura 3.9 – Rentabilidade acumulada para diferentes representatividades

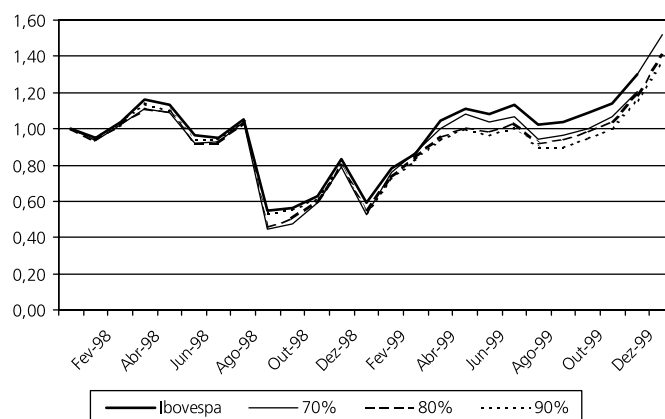


Tabela 3.3 – EQM e beta para diferentes representatividades

	70%	80%	90%
EQM diário	0,003147%	0,001704%	0,000770%
Beta	1,0851	1,0349	1,0104

Comparando-se diferentes tamanhos de universos de ativos, nota-se que, quanto maior a representatividade, mais próximo de 1 fica o beta e, portanto, menor o risco não-sistêmico. No limite da diversificação, ter-se-iam 100% do Ibovespa e beta 1. Outra consequência observada é a diminuição gradual do EQM diário com o aumento da representatividade.

Quanto à rentabilidade nos períodos amostrados, verifica-se que houve equilíbrio entres os três casos estudados. Se, de um lado, no gráfico mensal a representatividade de 90% se comportou melhor, no anual as de 70 e 80% acompanharam o Ibovespa mais de perto.

Mercados com alta volatilidade caracterizam-se por concentrarem a liquidez em apenas alguns ativos. Em momentos de altas e baixas expressivas nos preços, os investidores têm de tomar decisões rápidas quanto a suas aplicações e, muitas vezes, não encontram a liquidez necessária na maioria dos ativos, sendo forçados a negociar outros mais líquidos. Isso explica o fato de a representatividade de 70%, que engloba um universo pequeno de ativos com bastante liquidez, ter tido um desempenho ruim, em termos de rentabilidade acumulada, até janeiro de 1999 (desvalorização cambial), quando o Ibovespa apresentou fortes

quedas, e um desempenho muito melhor a partir desse ponto, à medida que o índice iniciou tendência expressiva de alta.

Restrição do beta

Nesse ponto, analisa-se a relevância de se utilizar a restrição de o beta da carteira otimizada ser igual a 1 nas minimizações. Essa questão foi levantada em Roll (1992). A idéia básica é a de que, ainda que fosse imposta uma restrição a mais ao modelo, ter-se-iam melhores resultados futuros, já que se aumentaria a robustez do mesmo. Para essa análise, utiliza-se o Modelo 3, com um universo de ativos de representatividade 80% e período de reotimização de 20 dias, como se observa nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12, e na Tabela 3.4.

Figura 3.10 – Rentabilidade mensal com e sem restrição do beta

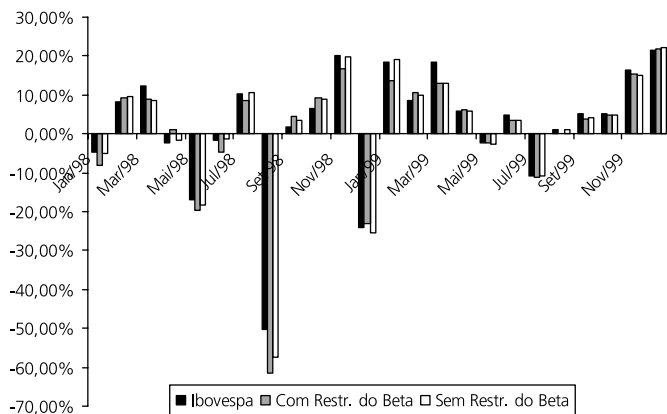


Figura 3.11 – Rentabilidade anual com e sem restrição do beta

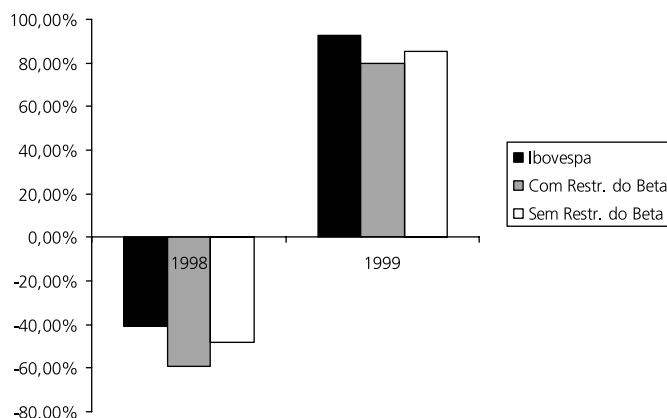


Figura 3.12 – Rentabilidade acumulada com e sem restrição do beta

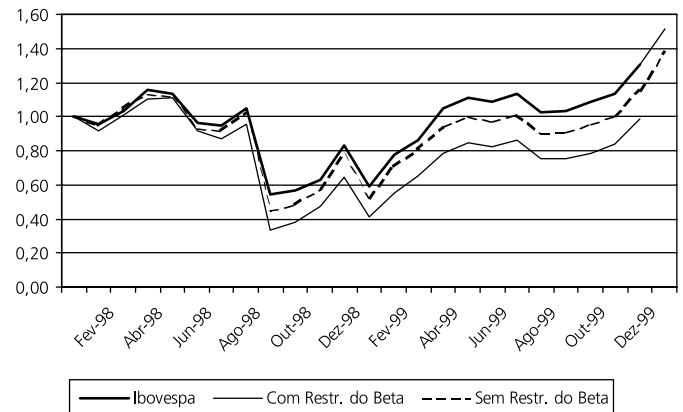


Tabela 3.4 – EQM e beta com e sem restrição do beta

	Com restrição de beta	Sem restrição de beta
EQM diário	0,004297%	0,001704%
Beta	0,9958	1,0349

Por fim, percebe-se que a estratégia de restrição do beta não levou a melhores resultados. Isso pode ser observado tanto no EQM diário como nas rentabilidades amostradas.

A falta da robustez encontrada com o uso de uma restrição a mais se explica, basicamente, por dois fatores: um é a ineficiência da carteira do Ibovespa; e outro é a alta volatilidade do mercado no período amostrado, a qual faz com que nem sempre dados históricos garantam comportamentos futuros.

3.4. Conclusões

Os modelos de otimização de carteiras propostos foram testados para o mercado acionário da Bolsa de Valores de São Paulo, tendo o Ibovespa como *benchmark*. As principais conclusões a que se chegou, para diferentes bases de comparação, estão relacionadas a seguir.

Quanto aos modelos propostos

Dentre os três modelos, nota-se que o 1 e o 3, apesar de terem filosofias completamente diferentes, obtiveram resultados muito parecidos e acompanharam o *benchmark* de maneira mais

efetiva que o Modelo 2. Contudo, o Modelo 3 mostrou-se mais regular, pois manteve o erro de rastreamento menos volátil dia a dia, o que acaba gerando melhores resultados em diferentes períodos de amostragem. Isso pode ser observado na Figura 3.1, em que ele acompanhou melhor o *benchmark* um número de vezes maior que os demais modelos. Portanto, pode-se dizer que este foi o modelo que se comportou melhor, segundo esse critério.

Quanto aos períodos de reotimização

A utilização de diferentes períodos de reotimização está diretamente ligada aos custos das transações financeiras. Os dois períodos utilizados, de cinco e de 20 dias, tiveram resultados semelhantes de maneira geral, mas as reotimizações de 20 dias se comportaram melhor no decorrer do período, como se pode observar nas Figuras 3.3 e 3.6. Logo, dados os custos assumidos, considera-se que fazer realocações da carteira de 20 em 20 dias é a melhor estratégia.

Quanto aos universos de ativos

O número de ativos considerado nas otimizações está relacionado ao custo de liquidez assumido. Dentro dessa limitação, foram tomados diferentes percentuais de representatividade do Ibovespa: 70, 80 e 90%. Verificou-se que universos maiores de ativos nem sempre geraram melhores resultados. Ao contrário, a representatividade de 70% foi a que melhor acompanhou o *benchmark*, como observado na Figura 3.9.

4. Conclusões finais

Neste trabalho, foram apresentados métodos de otimização para se efetivarem estratégias passivas de investimento. A iniciativa de se diversificarem as aplicações financeiras, com o intuito de indexá-las a um *benchmark*, está fundamentada em conceitos de precificação e de mensuração de risco e retorno de ativos.

Verificou-se que o Modelo 1, que não envolve necessariamente os fundamentos teóricos considerados, obteve resultados semelhantes aos do Modelo 3. Este, por sua vez, visa minimizar a variância dos retornos dos ativos, em relação ao *benchmark*, como na análise de Markowitz, e mostra-se mais regular do que o Modelo 1. Já o 2 não se comportou tão bem quanto os demais, mas ainda assim acompanhou o *benchmark* relativamente bem. Cabe lembrar que esse modelo

se baseia exclusivamente nos conceitos de decomposição do risco.

Para os diferentes períodos de reotimização, nota-se que os custos de transação assumidos penalizam realocações da carteira feitas em períodos curtos de tempo, como cinco dias, em favor de reotimização menos freqüentes, como 20 dias – lembrando que esses custos incidem sobre o volume financeiro transacionado nos dias de realocação da carteira.

Finalizando, este trabalho apresenta estudo e desenvolvimento de estratégias passivas, como uma aplicação prática da Teoria Moderna de Investimento no mercado financeiro brasileiro, que se caracteriza pela alta volatilidade e liquidez concentrada.

Com relação a perspectivas futuras, acredita-se que haja espaço para estudos mais aprofundados no que diz respeito aos custos de transação. Para custos operacionais, pode-se incorporá-los aos modelos de otimização. No caso de custos de liquidez, em vez de se considerar uma média para os ativos mais líquidos, cada ativo poderia ter seu próprio custo.

Essa taxa seria estimada por um modelo que levasse em consideração o volume financeiro de cada ativo negociado diariamente na bolsa. Isso serviria também de critério para se definir o universo de ativos.

5. Bibliografia

- CAMPBELL, J. Y., LO, A. W. and MACKINLAY, A. C. *The econometrics of financial markets*. Princeton, 1997.
- DEMBO, R. S. "Stochastic optimization", in *Annals of Operation Research*, J. Birge and J-B. Wets (eds), pp. 63–80, 1991.
- _____ and ROSEN, D. "The practice of portfolio replication. A practical overview of forward and inverse problems", in *Annals of Operations Research*, pp. 267–284, 1999.
- ELTON, E. J. and GRUBER, M. J. *Modern portfolio theory and investment analysis*. New York: Wiley & Sons, 1995.
- FABOZZI, F. J. *Investment management*. Upper Saddle River, 1999.
- FARRELL Jr., J. L. *Portfolio management*. New York: McGraw-Hill, 1997.
- HAMZA, F. and JANSSEN, J. "The mean-semivariances approach to realistic portfolio optimization subject to transaction cost", in *Applied Stochastic Model and Data Analysis*, pp. 275–283, 1998.

- HAUGEN, R. A. *Modern investment theory*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.
- J. P. MORGAN. *RiskMetrics – Technical document*. New York, 1996.
- KALIN, D. and ZAGST, R. "Portfolio optimization: volatility constraints versus shortfall constraints", in *OR Spektrum*, pp. 97–122, 1999.
- KAUFMAN, P.J. *Commodity trading system and methods*. New York: Wiley & Sons, 1978.
- LINTNER, J. "Security prices, risk, and maximal gains from diversification", in *The Journal of Finance*, pp. 587–615, December 1965.
- LUENBERG, D. G. *Linear and nonlinear programming*. Reading: Addison-Wesley, 1973.
- MARKOWITZ, H. "Portfolio selection", in *The Journal of Finance*, pp. 77 – 91, March 1952.
- MICHAUD, R. O. *Efficient asset management*. Boston: Harvard Business School, 1998.
- ROLL, R. "A mean/variance analysis of tracking error", in *The Journal of Portfolio Management*, Summer 1992.
- ROSS, S. A. "The Capital Asset Pricing Model (CAPM), short-sale restrictions and related issues", in *The Journal of Finance*, pp. 177–183, March 1977.
- RUDOLF, M., WOLTER, H. J. and ZIMMERMANN H. "A Linear Model for Tracking Error Minimization", in *Journal of Banking & Finance*, pp. 85 – 103, 1999.
- SECURATO, J. R., *Decisões financeiras em condições de risco*. São Paulo: Atlas, 1996
- SHARPE, W.F. "The capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", in *The Journal of Finance*, pp. 425–442, September 1964.

Hugo Gonçalves Vieira de Gonçalves é mestre em Engenharia pela Escola Politécnica da USP e atua como consultor financeiro. E-mail: hugo_assuncao@hotmail.com.

Oswaldo Luiz do Valle Costa é professor-titular da Escola Politécnica da USP. E-mail: oswaldo@lac.usp.br.



Tudo sobre a BM&F

As corretoras e operadores têm acesso a informações sobre a Bolsa na Extranet BM&F.

Os associados da BM&F podem encontrar:

- Histórico de documentos: ofícios circulares, comunicados externos e informações emitidos pela BM&F para seus associados
- Todos os contratos transacionados na BM&F
- Cadastro e *ranking* de corretoras
- *Clipping* com as notícias do dia do mercado de *commodities* dos principais jornais e revistas do Brasil
- As publicações da Bolsa: *Boletim Diário*, *Resenha BM&F* e outros informativos
- Acesso ao site da BM&F na Internet: www.bmf.com.br
- Pregão ao vivo e as últimas informações sobre as negociações do dia